

**This report is awarded the First Class Prize of the competition.*

從天文地理學數學

2E 曾偉揚

數學教育的目的並不只是要學會數學的基本內容，更是要應用在日常生活中，這樣數學才能真正體現其意義。相信這番話作者必定十分認同。本書作者強調以數學觀點就可以瞭解天文與地理，他以大小、方位、距離、模型等數學觀點來解釋天文地理的知識。這本書還加入了一些有趣的元素如歷史，期望能對數學應用的瞭解有所助益。

這本書共有六部份。第零篇〈緒篇〉講述古代人們對於宇宙的想法；第一篇〈地球的大小〉講述歷史的科學家和地理學家如何去測量地球的大小和形狀等。第二篇〈星球的位置〉和第三篇〈行星的運動〉主要探討人們如何從地面觀測夜空各種天體運行的法則。所謂「仰以觀於天文，俯以察於地理」，在最後部分，亦即是第四篇〈旅者的方位〉和第五篇〈地圖的繪製〉，作者則回到地面，研究地面有關經緯、方向的測量，以及旅者在航行時所遇到的問題和地圖繪製的方法等。

作者寫這本書時作了很多資料搜集，能讓讀者了解很多關於天文地理的發展歷史，其中不乏很多有趣的發現。相信大家也知道現在的地圖，是北方朝上的。然而，大家有否想過以前的地圖是其他方向朝上的呢？在 17 世紀時，荷蘭人繪製的台灣地圖，確實是東方朝上呢！此外，在 1584 年出版的《世界概觀》中的中國地圖，西方是朝上的。而阿拉伯人古時的地圖更是南方朝上。當時，這樣的位置往往沒有科學根據，只是為了生活方便或者宗教因素而

造成的。例如在中世紀時人們認為人類的根源在伊甸園，在已知世界的東方，於是把地圖最尊貴的上方留給東方。因此，便出現了由東方為上方的地圖了。

可能你會問，這又與數學有什麼關係呢？這不是更像一本地理書嗎？其實，這本書跟一本地理書不同的是，本書作者兼用了初中至高中數學，將一些平面幾何、立體幾何、三角、圓錐曲線、微積分的極限概念等數學觀點，運用在學習天文地理中而寫成。其實，數學在此書比歷史部分更為精彩！

學習數學，尤其是抽象的數學，一向都給我一種很難和複雜的感覺，而且總覺得與生活毫不相關。但是，看完這本書後，卻帶給我一個全新的想法。地球的大小，居然能用一些簡單數學就能計算出來？星座也與天文地理和數學有關係？原來，數學也可以變得很生活化！

以下，我將詳細地舉出例子。

一翻開報紙，總會發現大大小小的占卜術，而其中一個，就是星座運程了。然而，大家有否想過你的星座可能弄錯了呢？在書中第二篇第一章說到，一年中太陽每天的落角處都不同，在天空中畫了一大圈，稱為黃道。巴比倫人在黃道附近找到十二個星群，大約把黃道分成 12 份，這就是十二星座了。後人認為出生時，太陽的落角處對人的命運有很大的影響，這就衍生了星座運程了！而十二星座的起點則為春分的時間。

或許你會問，為何我的星座會弄錯呢？原因就是因為歲差的關係。由於地球的自轉軸會做變動，因此十二星座的起點春分，會一直往西移，這種現象我們稱之為歲差。書中講述 2000 年前春分點在白羊座，但現在春分點已移往雙魚座，所以生於白羊座的人，太陽的實際落腳點卻在雙魚座的。我是出生於六月的，翻看新的日曆，我從雙子座變成巨蟹座了。當然，星

座運程準不準，就見仁見智了。

本書另一個令我感興趣的是關於地球的曆法。自小開始，我一直都認為「月」就是月球環繞地球一圈的時間，「日」就是地球自轉一圈的時間。誰想到原來月和日這兩個時間單位也分為兩種計算方式，而且之間所出現的誤差也影響到我們日常生活的。就好像「日」這個單位可以分為「恆星日」和「回歸日」兩種。

「回歸日」是太陽兩天到達相同位置所需的時間，就是一天二十四小時。「恆星日」是天空中的恆星兩天到達相同位置的時間，一天卻只有 23 小時 56 分 4.09894 秒，少了四分鐘！作者在書中，以地球兩種運轉方式的周角之差跟回歸年按比例而求得，即

$$\frac{24 - y}{y} = \frac{1}{365.25}$$

因此，一恆星日為

$$\begin{aligned} y &= \frac{365.25}{365.25 + 1} \times 24 = 23.9345 \text{ 天} \\ &= 23 \text{ 小時 } 56 \text{ 分 } 4 \text{ 秒} \end{aligned}$$

幸好我們是用回歸日的方式去計算每日的時間，如果用恆星日去計算每天的時間的話，那麼我的空閒時間便會更加買少見少呢！忽然再想，這題數式是建基於地球公轉所需的時間。如果在一些公轉周期較短的星球，例如水星上生活的話，當地的「恆星日」便會變成

$$y = \frac{87.9691}{87.9691 + 1} \times 24 = 23 \text{ 小時 } 43 \text{ 分 } 49 \text{ 秒}$$

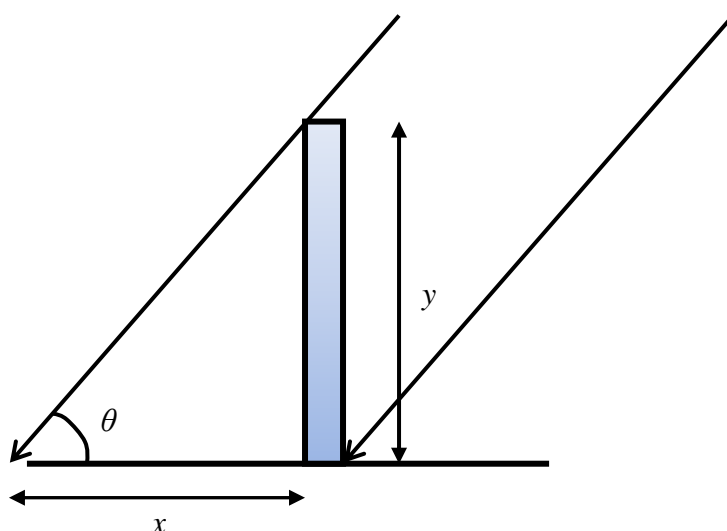
看來，在水星生活，時間更加不化算呢。

這本並不是一本容易理解明白的書，當中所包含的數學技巧我還未學習，所以讀起上來都頗為辛苦。然而，我仍會努力去明白當中的數式，我會上網查更多的資料，也會找老師查

詢。我印象最深刻的一次，是當我向老師問及有關書中地球大小有關的證明時，他告訴我：「其實以你中二所學習的知識，你也可以找到地球的大小呢！」我半信半疑地按著老師的提示去做，嘗試尋找地球的大小。

在書中〈地球的大小〉一章中，作者提到有一位天文學家波塞多尼亞斯，用了兩個不同地方觀測老人星時的視差，來求地球的半徑。我則選擇了以太陽為我的目標。

在一個晴朗無雲的早上，我在學校豎起了一把尺，藉由地面上的影子去計算在學校太陽的視角：

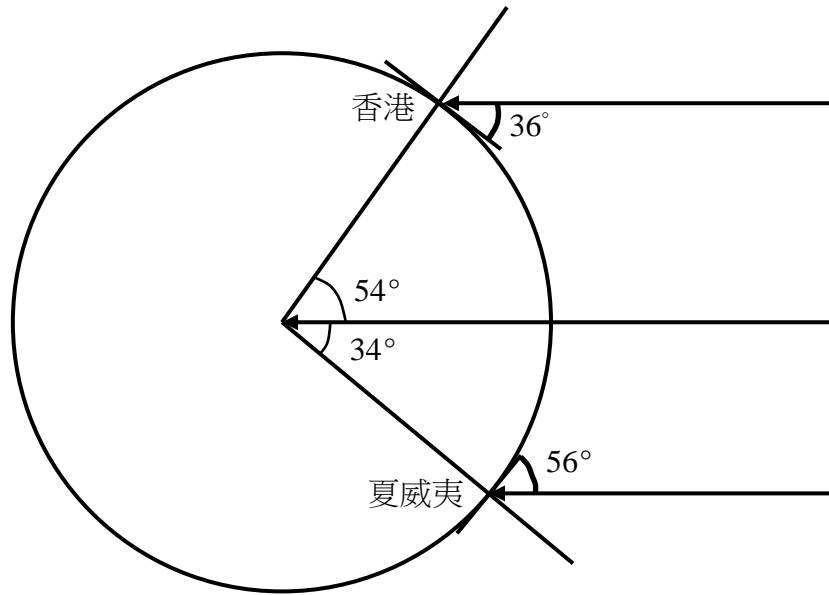


$$\tan \theta = \frac{\text{尺的長度}}{\text{影子長度}} = \frac{y}{x}$$

我量度到太陽跟地面所形成的夾角為 36° 。

在同一時間，我拜託了住在夏威夷的朋友，在同一時間作同一個實驗。他得出的角度為 56° 。利用這兩個角，和以下的圖，計得兩地跟圓心的夾角為

$$(90^\circ - 36^\circ) + (90^\circ - 56^\circ) = 88^\circ$$



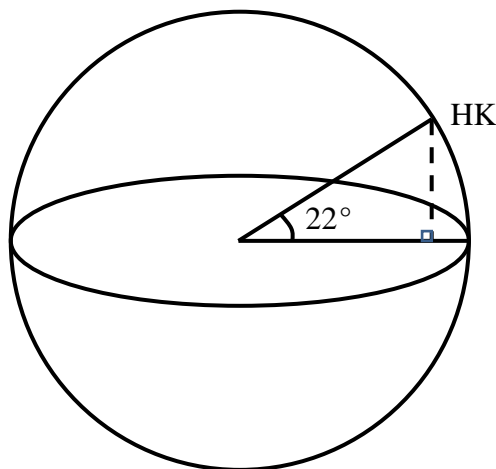
與此同時，我利用互聯網找到了我學校與夏威夷的距離為 8938 公里。利用比例的方法得出了圓周為

$$\frac{8938}{88^\circ} \times 360^\circ = 36565 \text{ 公里}$$

而半徑則是

$$\frac{36565}{2\pi} = 5819 \text{ 公里}$$

不過，當我跟太空總署的資料比對時，卻發現真實的數據為 6378.14 公里。為甚麼會出現誤差呢？我為著這個問題再請教老師，原來我忽略了兩個地方的經緯座標。



香港的座標為 $22^\circ 28' 6''$ N, $114^\circ 16' 50''$ E，而夏威夷的座標為

22° 18' 32" N, 157° 49' 34" W，兩者均位於亞熱帶地區，而我所量度的只不過是位於 22°N 的圓周和半徑。利用三角學的公式把他轉換回赤道半徑：

$$\frac{5819}{\cos 22^\circ} = 6276 \text{ 公里}$$

這樣，答案便和真實數據有著驚人的相似！（誤差只有 1.74%！）令我更意想不到的，原來以我的數學程度，便能有著如此準確的計算數值呢！

或許你會認為，這與我有何關係呢？原來，科學家牛頓在構思萬有引力時，需要使用到地球大小的數據。然而，當他把當時別人錄到的數據代入公式時，卻發現不成立。於是放下這構思足足二十年多！二十多年後，人們再把當時錄得的數據放在公式中，才發現公式是成立的。萬有引力這理論才被別人肯定。若果我們沒有測量地球的大小，我們或許今天還不知道萬有引力的存在呢！

在閱讀這本書時，我也發現有很多數學觀點很難明白，也發覺這些數學對我來說可能太深奧了。當我於網上查看有關資料時，才發覺原來這些都是中四和中五學生所學的內容。雖然不能完全理解這本書，然而我也明白到數學的神奇。以往，我一直認為學數學是沒有意義的，更認為數學與生活根本沒有關係。現在，我明白到數學也能很生活化，就如一天的日照量，只要把收集到的數據代入公式中，就能計算得到。數學？並不是無意義的！

現在，我明白到數學是一本永遠都讀不完的百科全書般。它與我們生活息息相關。不管是天文地理、日曆或其他方面，我們都能找到它的蹤影。而閱讀這本書，除了能學懂更多知識，還能為我們的生活加添更多的樂趣，更有可能影響我們的一生！或許有一天，我們會發現數學幫了我們一個大忙呢！

(總字數：2779字)